

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Физико-технический факультет
Кафедра математической физики



П.А. Машаров

«29» марта 2024 г.

МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Укрупненная группа направлений подготовки	44.00.00 Образование и педагогические науки
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Профили подготовки	Физика и информатика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная, заочная

Рабочая программа адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2024

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения. Интегральные уравнения и вариационное исчисление» для обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Профили: Физика и Информатика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018 № 125 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2024 года.

Разработчик:

доцент кафедры математической физики,
канд. физ.-мат. наук



А.Д. Манов

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры математической физики.
Протокол от 26.03.2024 г. № 9

Врио зав.кафедрой



В.И. Колесник

СОГЛАСОВАНО:

И. о. декана физико-технического
факультета
28.03.2024 г.



С. А. Фоменко

Учебно-методическая комиссия физико-технического факультета.

Протокол от 27.03.2024 г. № 2.

Председатель



В. Н. Котенко

Руководитель основной профессиональной
образовательной программы,

кандидат физико-математических наук
26.03.2024 г.



А. В. Безус

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объёме программы средней школы;

введение к дисциплинам фундаментальной подготовки – математика;

математический анализ;

аналитическая геометрия и линейная алгебра.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

«Методы математической физики», «Теоретическая физика (Электродинамика сплошных сред)», «Теоретическая физика (Квантовая механика)», «Теоретическая физика (Электродинамика)», «Численные методы».

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы	44.03.05 Педагогическое образование
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.В.ОД.5 Дифференциальные уравнения. Интегральные уравнения и вариационное исчисление
Часть образовательной программы	Вариативная часть: выбор вуза
Количество зачетных единиц / всего часов	4 / 144

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной и контактной работы	всего	
Очная	2	3	34	34	-	76	144	экзамен
Заочная	2	3	6	6	-	132	144	экзамен

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение фундаментальных понятий и методов обыкновенных дифференциальных уравнений и их применения для моделирования и исследования различных физических, технических, экономических и социальных явлений и процессов и направлено на решение следующих задач; сформировать умение самостоятельно описывать поведение математических моделей с помощью дифференциальных уравнений; научить решать стандартные дифференциальные уравнения.

**4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ
ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ
И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ**

Компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ПК-2. Способен организовать деятельность обучающихся, направленную на освоение дополнительной общеобразовательной программы с использованием специальных научных знаний	ПК-2.11. Способен выработать умения классифицировать уравнения	ПК-2.11.1. Знает общематематические понятия, основные методы доказательств, способы получения математического результата. ПК-2.11.2. Умеет использовать основные алгоритмы, закономерности получения математических результатов, делать выводы. ПК-2.11.3. Владеет навыками доказательств математических утверждений, навыками построения математических утверждений, навыками доказательств математических алгоритмов.
	ПК-2.12. Овладевает навыками моделирования практических задач дифференциальными и разностными уравнениями	ПК-2.12.1. Знает теоремы о свойствах решений линейных дифференциальных уравнений ПК-2.12.2. Умеет решать линейные дифференциальные и разностные уравнения и системы с постоянными коэффициентами ПК-2.12.3. Владеет техникой доказательства основных теорем теории дифференциальных уравнений

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Дифференциальные уравнения	
1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка	1.1. Понятие дифференциальных уравнений. 1.2. Интегрирование некоторых типов уравнений первого порядка, решенных относительно производной. 1.3. Уравнения, не решенные относительно производных.
2. Дифференциальные уравнения n-го порядков	2.1. Уравнения n-го порядка общего вида. 2.2. Линейные однородные и неоднородные уравнения.
Раздел 2. Основы вариационного исчисления	
3. Линейные дифференциальные уравнения. Системы дифференциальных уравнений	3.1. Системы дифференциальных уравнений нормального типа. 3.2. Системы дифференциальных уравнений в симметричной форме.
4. Основы вариационного исчисления и линейных интегральных уравнений	4.1. Прямые методы вариационного исчисления. 4.2. Основные типы интегральных уравнений.

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 2, семестр – 3

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Дифференциальные уравнения	17	17	-	38	72
1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка	8	8	-	18	34
2. Дифференциальные уравнения n-го порядков	9	9	-	20	38
Раздел 2. Основы вариационного исчисления	17	17	-	38	72
3. Линейные дифференциальные уравнения. Системы дифференциальных уравнений	8	8	-	18	34
4. Основы вариационного исчисления и линейных интегральных уравнений	9	9	-	20	38
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	34	34	-	76	144
ИТОГО ЗА КОМПОНЕНТУ ОПОП	34	34	-	76	144

6.2. Форма обучения – заочная, курс – 2, семестр – 3

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Дифференциальные уравнения	3	3	-	66	72
1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка	2	2	-	30	34
2. Дифференциальные уравнения n-го порядков	1	1	-	36	38
Раздел 2. Основы вариационного исчисления	3	3	-	66	72
3. Линейные дифференциальные уравнения. Системы дифференциальных уравнений	1	1	-	32	34
4. Основы вариационного исчисления и линейных интегральных уравнений	2	2	-	34	38
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	6	6	-	132	144
ИТОГО ЗА КУРС	6	6	-	132	144

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1. Дифференциальные уравнения

1. Определение обыкновенного дифференциального уравнения. Порядок уравнения. Решение, интегральная кривая. Примеры.
2. Задача Коши, начальные данные. Геометрическая интерпретация задачи Коши. Общее и частное решения дифференциального уравнения. Примеры.
3. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными, а также приводящиеся к ним.
4. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка, а также

приводящиеся к ним.

5. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Различные методы их решения.

6. Дифференциальные уравнения Бернулли. Методы их решения.

7. Дифференциальные уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

8. Теорема существования и единственности (формулировка) для дифференциального уравнения первого порядка.

9. Простейшие типы уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка.

10. Линейная зависимость и независимость систем функций. Линейное пространство решений однородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения n -ого порядка, его размерность. Фундаментальная система решений однородного уравнения n -ого порядка. Теорема об общем решении однородного уравнения.

11. Определитель Вронского системы функций и его свойства. Теорема Остроградского-Лиувилля и следствия из неё.

12. Общее решение неоднородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения n -ого порядка. Теорема о структуре общего решения.

13. Метод вариации постоянных для поиска частных решений неоднородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения n -ого порядка.

14. Фундаментальная система решений однородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами.

15. Построение общего решения неоднородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.

16. Понятие функции Грина.

Раздел 2. Основы вариационного исчисления

17. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные определения.

18. Сведение уравнения n -го порядка к системе n уравнений 1-го порядка.

19. Дифференциальные уравнения в частных производных.

20. Понятие функционала. Необходимое условие экстремума.

21. Вариационная задача с закрепленными границами.

22. Уравнение Эйлера.

23. Задачи на условный экстремум. Задача с подвижными границами.

24. Достаточное условие экстремума.

25. Постановка вариационных задач.

26. Основные типы линейных интегральных уравнений.

27. Методы вариационного исчисления.

28. Уравнения Вольтерра и Фредгольма.

29. Собственные значения и собственные функции однородного уравнения Фредгольма. Теорема Гильберта-Шмидта.

30. Неоднородное уравнение Фредгольма второго рода.

31. Альтернатива Фредгольма для уравнений с вырожденным и непрерывным ядром.

32. Теорема Фредгольма.

33. Применение интегральных уравнений к решению краевых задач.

34. Интегральное уравнение Фредгольма первого рода.

7.2. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике темам:

– дифференциальные уравнения (решение обыкновенных дифференциальных уравнений, решение задачи Коши, решение линейных дифференциальных уравнений первого порядка, решение дифференциальных уравнений в полных дифференциалах и т.д.);

– основы вариационного исчисления (решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений, решение дифференциальных уравнений в частных производных и т.д.).

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.3. Образец содержания экзаменационного билета (при наличии экзамена по дисциплине)

Донецкий государственный университет Физико-технический факультет Кафедра математической физики	
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование
Профиль подготовки	Физика и информатика
Форма обучения	Очная
Семестр	Третий
Дисциплина	Дифференциальные уравнения. Интегральные уравнения и вариационное исчисление
Экзаменационный билет № 1	
1. Простейшие типы уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка. 2. Решить дифференциальное уравнение. $(x + 2xy)dx + x^2 dy = 0$ 3. Решить дифференциальное уравнение. $y' + 2xy = xe^{-x^2}, y(0) = 2.$	
Зав. кафедрой	Т.Е. Пясецкая
Экзаменатор	А.Д. Манов

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже. Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Для очной формы обучения

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная и лабораторные работы	15
	Контрольные работы по практике	10
	Контрольная работа по теоретическому материалу	0
2	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная и лабораторные работы	15
	Контрольные работы по практике	5
	Контрольная работа по теоретическому материалу	5
ИТОГО		60
Экзамен		40
Общий итог за семестр		100

Для заочной формы обучения

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная и лабораторные работы	15
	Контрольные работы по практике	10
	Контрольная работа по теоретическому материалу	0
2	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная и лабораторные работы	15
	Контрольные работы по практике	5
	Контрольная работа по теоретическому материалу	5
ИТОГО		60
Экзамен		40
Общий итог за курс		100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

9. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ И ИНВАЛИДОВ

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- 1) для слепых и слабовидящих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
 - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом.
- 2) для глухих и слабослышащих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа;
 - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
 - экзамен проводится в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.
- 3) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - письменные задания выполняются на компьютере;
 - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- 1) для слепых и слабовидящих:
 - в печатной форме увеличенным шрифтом;
 - в форме электронного документа;
- 2) для глухих и слабослышащих:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа.
- 3) для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа.

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в 4-м учебном корпусе (г. Донецк, пр. Театральный, д. 13). Для проведения лабораторных занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя. Выход в Интернет проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных,

учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методических кабинетах главного корпуса университета.

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины применяются электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

11. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

11.1. Основная литература

1. Эльсгольц, Лев Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : Учеб. для физ. и физ.-мат. фак. ун-тов / Л.Э. Эльсгольц. - 4-е изд. – М. : Эдиториал УРСС, 2000. – 320 с.
2. Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : [Для вузов]. – 7-е изд. – М. : Наука, 1992. – 127 с.
3. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : [Для физ. и мех.- мат. спец. вузов] / Б. П. Демидович. – 10-е изд. – М. : Наука, 1990. – 624 с.
4. Альсевич, Л. А. Практикум по дифференциальным уравнениям : Учеб. для студентов вузов, обучающ. по специальности "Прикл. математика" / Л. А. Альсевич, Л. П. Черенкова. – Минск : Вышэйш. шк., 1990. – 318 с.

11.2. Дополнительная литература

1. Матвеев, Н. М. Обыкновенные дифференциальные уравнения : Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по физ.-мат. спец. – СПб. : Спец. лит., 1996. – 371 с.
2. Романко, В. К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления : Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов / В.К. Романко. – М. : Наука ; СПб., 2000. – 342 с.

12. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.
2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. –Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека «КиберЛенинка»: сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/>. – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
4. Электронно-библиотечная система «Лань»: [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://biblio-online.ru> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ**: сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.

8. **Электронный архив ДонГУ**: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный.

13. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).